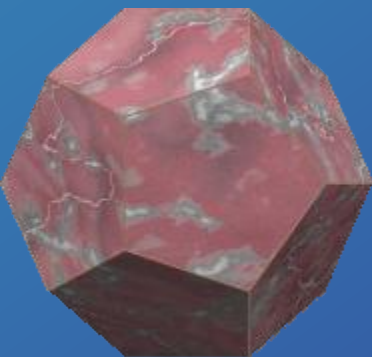




Правильные многогранники



Понятие правильного многогранника

Выпуклый многогранник называется правильным если все его грани – равные правильные многоугольники и, кроме того, в каждой его вершине сходится одно и тоже число ребер.

Пример:



Примером правильного многогранника является куб. Все его грани - равные квадраты, и к каждой вершине сходятся три ребра.

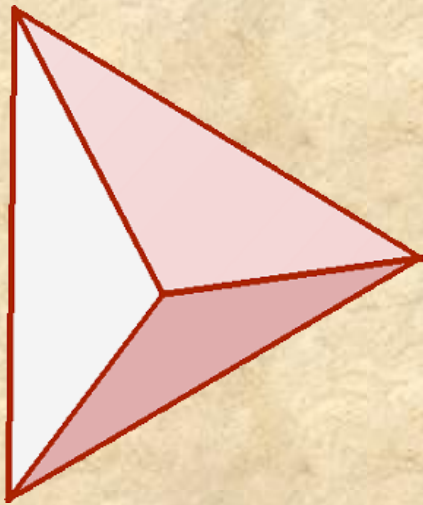
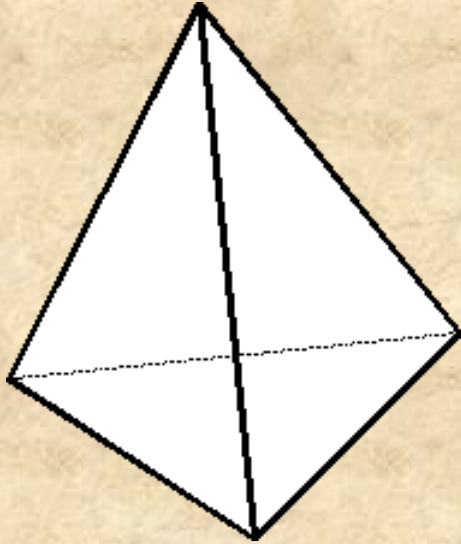
Утверждение:

Не существует правильного многоугольника, гранями которого являются правильные шестиугольники, семиугольники и вообще n -угольники при $n \geq 6$

Доказательство

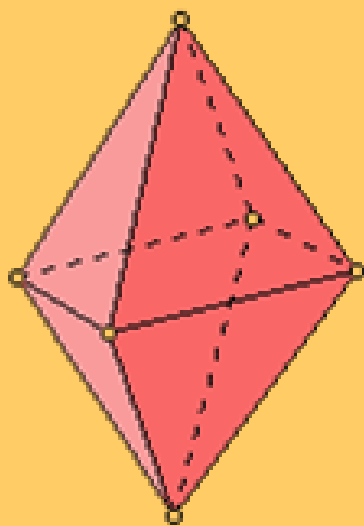
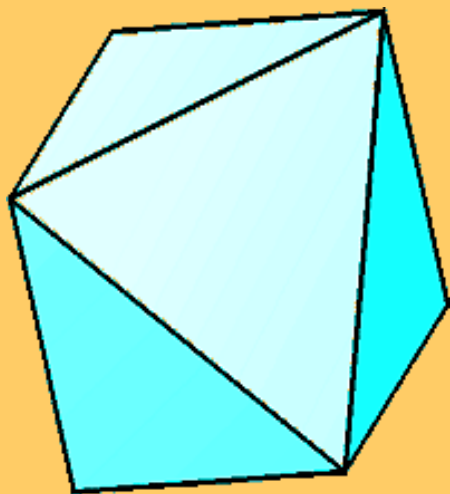
Угол в вершине правильного n -угольника при $n \geq 6$ не меньше 120° . С другой стороны при каждой вершине многогранника должно быть не менее трех плоских углов. Поэтому если бы существовал правильный многогранник у которого грани правильные n -угольники при $n \geq 6$, то сумма плоских углов при каждой вершине такого многогранника была бы не меньше, чем $120^\circ \cdot 3 = 360^\circ$. Но это невозможно, т.к. сумма всех плоских углов при каждой вершине выпуклого многогранника меньше 360° .

Тетраэдр



Тетраэдр (tetra – четыре, hedra – грань). Правильный тетраэдр – правильный четырехгранник, то есть тетраэдр с равными ребрами, представляет собой правильный многогранник, все грани которого – правильные треугольники и из каждой вершины которого выходит ровно три ребра. Очевидно, что тетраэдр с заданной длиной ребра единственен. Все остальные тетраэдры подобны ему и определяются длиной ребра.

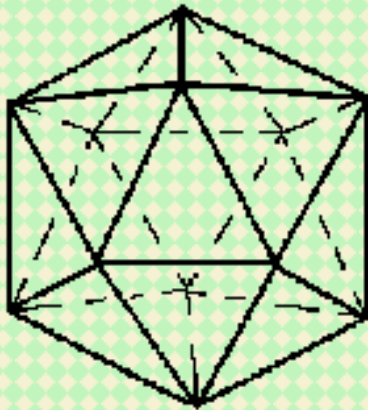
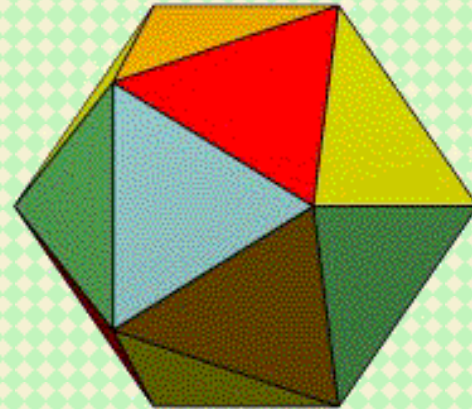
Октаэдр



Октаэдр (okto – восемь). Это правильный многогранник, все грани которого – правильные треугольники и к каждой вершине прилегают четыре грани. Покажем, что этот многогранник имеет восемь граней, указав способ его построения.

Правильный икосаэдр

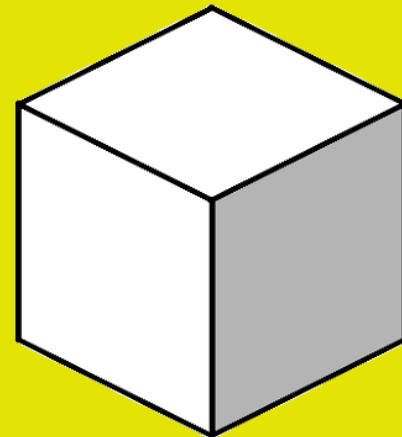
Правильный икосаэдр
составлен из двадцати
равносторонних
треугольников



Каждая вершина икосаэдра
является вершиной пяти
треугольников.
Следовательно сумма
плоских углов при каждой
вершине равна 300° .

Гексаэдр или куб...

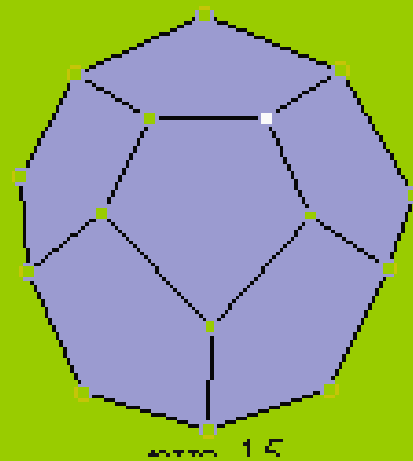
Гексаэдр (куб, гекса – шесть). Гексаэдр – правильный многогранник, все грани которого – квадраты, и из каждой вершины выходит три ребра.



Правильный додекаэдр

Правильный додекаэдр составлен из двенадцати правильных пятиугольников.

Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 324° .



**Названия этих многогранников
пришли из Древней Греции, и в
них указывается число граней:**

«эдра» - грань

«тетра» - 4

«гекса» - 6

«окта» - 8

«икоса» - 20

«додека» - 12

теорема Эйлера



л.Эйлер

Число вершин **V**
минус число рёбер **P**
плюс число граней **Г**
равно двум.

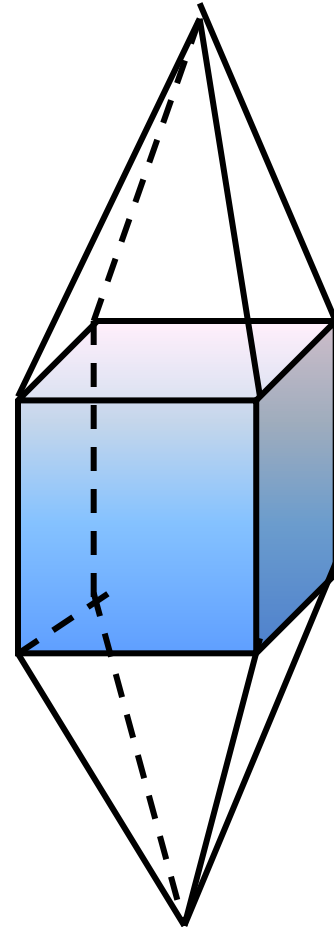
$$V - P + \Gamma = 2$$

МНОГОГРАННИК	ВЕРШИНЫ В	РЁБРА Р	ГРАНИ Г	Λ
ТЕТРАЭДР	4	6	4	2
КУБ	8	12	6	2
ОКТАЭДР	6	12	8	2
ДОДЕКАЭДР	20	30	12	2
ИКОСАЭДР	12	30	20	2

Число $\lambda = V - P + G$
называется **эйлеровой характеристикой**
многогранника

Задача:

Определите количество граней, вершин и рёбер многогранника, изображённого на рисунке. Проверьте выполнимость формулы Эйлера для данного многогранника.



Конспект урока

1. Выпуклый многогранник называется правильным если все его грани – равные правильные многоугольники и, кроме того, в каждой его вершине сходится одно и тоже число ребер.
2. Не существует правильного многоугольника, гранями которого являются правильные шестиугольники, семиугольники и вообще n -угольники при $n \geq 6$.
3. Существует пять правильных многогранников: тетраэдр, октаэдр, икосаэдр, гексаэдр(куб), додекаэдр.
4. Тетраэдр - это правильный многогранник, все грани которого – правильные треугольники и из каждой вершины которого выходит ровно три ребра.
5. Октаэдр - это правильный многогранник, все грани которого – правильные треугольники и к каждой вершине прилегают четыре грани.
6. Правильный икосаэдр составлен из двадцати равносторонних треугольников.
7. Гексаэдр – правильный многогранник, все грани которого – квадраты, и из каждой вершины выходит три ребра.
8. Правильный додекаэдр составлен из двенадцати правильных пятиугольников.